УТВЕРЖДАЮ
И.о. ректора ТвГУ

Л. Н. Скаковская
«23» октября 2020 г.

ПРОГРАММА
вступительного испытания в магистратуру по направлению подготовки 02.04.01 Математика и компьютерные науки, магистерская программа «Преподавание математики и информатики»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1. В программе представлены разделы по блоку общепрофессиональные дисциплины: алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия, дифференциальная геометрия, дифференциальные уравнения.
2. Общее количество вопросов программы – 24.
3. Каждый билет содержит 2 теоретических вопроса и 1 задачу по теме, входящей в программу вступительного экзамена.
4. В качестве вопросов формулируются основные теоретические положения, предполагающие их развернутое обоснование при ответе.
5. Формулировка каждого вопроса четко определяет рамки и объем содержания ответа.
6. В приложении по каждому разделу указан рекомендуемый источник, доступный для использования в процессе подготовки к экзамену.
7. К освоению программы магистратуры допускаются лица, имеющие высшее образование любого уровня и успешно прошедшие вступительные испытания.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Алгебра

1. Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней n-ой степени из 1.
2. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Критерий взаимной простоты двух многочленов.

3. Понятие линейного пространства и его базиса. Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований.
4. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений.
5. Положительные определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Математический анализ

6. Предел числовой последовательности. Основные свойства: единственность предела; ограниченность сходящейся последовательности; сходимость подпоследовательности сходящейся последовательности. Предел и арифметические операции. Принцип Больцано - Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Предел монотонной последовательности.
7. Предел и непрерывность функции. Эквивалентные определения (по Коши и по Гейне). Основные свойства. Связь с арифметическими операциями. Непрерывность композиции. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность.
8. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижении экстремальных значений функции непрерывной на отрезке. Теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность обратной функции.
9. Дифференцируемость числовой функции. Производная и дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной. Дифференцируемость и арифметические операции. Дифференцируемость композиции и обратной функции.
10. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа о дифференцируемых функциях. Необходимые и достаточные условия экстремума функции в терминах производной.
11. Интеграл Римана. Основные свойства интеграла: линейность, монотонность, аддитивность. Классы функций интегрируемых по Риману. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в интеграле Римана.
12. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределённом интеграле.

13. Числовые ряды. Понятие сходимости числового ряда Необходимое условие сходимости. Признаки сравнения, Коши и Даламбера сходимости положительных рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда.
14. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Непрерывность предельной функции равномерно сходящейся функциональной последовательности непрерывных функций и суммы равномерно сходящегося функционального ряда, образованного непрерывными функциями. Предельный переход под знаком интеграла. Почленное интегрирование функционального ряда. Дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
15. Степенные ряды. Теорема Коши - Адамара о структуре области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Теорема Абеля о равномерной сходимости степенного ряда на отрезке, содержащемся в интервале сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

Аналитическая геометрия

16. Различные виды уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
17. Определение кривых второго порядка, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы кривых второго порядка, теорема об эксцентриситете.

Дифференциальная геометрия и топология

18. Способы задания кривой на плоскости. Параметрические уравнения кривых второго порядка. Уравнение касательной и нормали к кривой, заданной явно, неявно или параметрически.
19. Способы задания поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной явно, неявно или параметрически.
20. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Линейный элемент плоскости, сферы, цилиндра.

Дифференциальные уравнения

21. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Задача

Коши. Теорема о существовании решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.

22. Линейное уравнение n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Методы нахождения общего решения.
23. Моногенные и голоморфные функции. Критерии моногенности и голоморфности. Изолированные особые точки и вычеты.
24. Экспонента, её аналитические и геометрические свойства. Глобальное обращение экспоненты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Литература к разделу «Алгебра»

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. С-Пб : Лань, 2007.
2. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: Учебник. В 2-х т.-М.: Гелиос АРВ, 2003.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
4. Сборник задач по алгебре. Под ред. А.И.Кострикина, М.: Наука, 1995.

Литература к разделу «Математический анализ»

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Дрофа, 2004, 640 с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.- Т. 1, 2, 3.- М.: Наука, 2003.
3. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Ч. 1, 2. - М., ВШ, 2001.
4. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М. Аст. Астрела, 2002.

Литература к разделу «Аналитическая геометрия»

1. Александров П.С. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 2004.
2. Ильин В.А., Позднякк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит, 2001.
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. СПб.: Профессия, 2007.

Литература к разделу «Дифференциальная геометрия и топология»

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Погорелов А. В. Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1991.
3. Шаров Г.С., Шелехов А.М., Шестакова М.А. Задачи по дифференциальной геометрии и топологии. Учебное пособие, М. Изд-во МЦНМО. 2005.

Литература к разделу «Дифференциальные уравнения»

1. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. «Либроком», 2009.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения. ЛКИ, 2008.
3. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. МЦМНО, 2012.
4. Филиппов А.В. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М., URSS, 2007.
5. Филиппов А.В. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2005.

Руководитель ООП,
доктор физико-математических наук, профессор Шеретов Ю.В.