

И.о ректора

УТВЕРЖДАЮ

Л.Н. Скаковская

«25» сентября 2017 г.

Программа

вступительного экзамена в магистратуру

по направлению 02.04.01 МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ  
НАУКИ

программа специализированной подготовки магистров:

«Математическое и компьютерное моделирование»

Алгебра

1. Понятие группы. Группа ортогональных матриц. Группа комплексных корней  $n$  – ой степени из 1.
2. Деление многочленов с остатком. Алгоритм Евклида. Критерий взаимной простоты двух многочленов.
3. Понятие линейного пространства и его базиса. Линейные преобразования. Собственные значения и собственные векторы линейных преобразований.
4. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений. Ядро линейного оператора и его образ.
5. Положительные определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Математический анализ

6. Предел числовой последовательности. Основные свойства: единственность предела; ограниченность сходящейся последовательности; сходимости подпоследовательности сходящейся последовательности. Предел и арифметические операции. Принцип Больцано – Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости числовой последовательности. Предел монотонной последовательности.
7. Предел и непрерывность функции. Эквивалентные определения (по Коши и по Гейне). Основные свойства. Связь с арифметическими операциями. Непрерывность композиции. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность.
8. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и о достижении экстремальных значений функции непрерывной на отрезке. Теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. Непрерывность обратной функции.
9. Дифференцируемость числовой функции. Производная и дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной. Дифференцируемость и арифметические операции. Дифференцируемость композиции и обратной функции.
10. Теоремы Ферма, Ролля, Коши и Лагранжа о дифференцируемых функциях. Необходимые и достаточные условия экстремума функции в терминах производной.

11. Интеграл Римана. Основные свойства интеграла: линейность, монотонность, аддитивность. Классы функций интегрируемых по Риману. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в интеграле Римана и интегрирование по частям в интеграле Римана.
12. Первообразная и неопределенный интеграл. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о существовании первообразной. Интегрирование по частям и замена переменной в неопределённом интеграле.
13. Числовые ряды. Понятие сходимости числового ряда Необходимое условие сходимости. Признаки сравнения, Коши и Даламбера сходимости положительных рядов. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда.
14. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Непрерывность предельной функции равномерно сходящейся функциональной последовательности непрерывных функций и суммы равномерно сходящегося функционального ряда, образованного непрерывными функциями. Предельный переход под знаком интеграла.
15. Степенные ряды. Теорема Коши – Адамара о структуре области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Теорема Абеля о равномерной сходимости степенного ряда на отрезке, содержащемся в интервале сходимости. Непрерывность суммы степенного ряда.
16. Ряды Фурье. Достаточные условия сходимости ряда Фурье. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля для тригонометрических рядов.

### **Аналитическая геометрия**

17. Различные виды уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми.
18. Определение кривых второго порядка, их канонические уравнения. Эксцентриситет, директрисы кривых второго порядка, теорема об эксцентриситете.

### **Дифференциальная геометрия и топология**

19. Способы задания кривой на плоскости. Параметрические уравнения кривых второго порядка. Уравнение касательной и нормали к кривой, заданной уравнением  $F(x, y) = 0$ .
20. Способы задания поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности, заданной уравнением  $F(x, y, z) = 0$ .
21. Длина кривой на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Первая квадратичная форма плоскости, сферы, цилиндра.
22. Нормальная кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна нормального сечения.

## **Дифференциальные уравнения**

23. Обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Задача Коши. Теорема о существовании решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
24. Линейное уравнение  $n$ -ого порядка с постоянными коэффициентами. Методы нахождения общего решения.

## **Функциональный анализ**

25. Измеримые множества на прямой. Основные свойства меры Лебега.
26. Интеграл Лебега. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
27. Определения и примеры банаховых и гильбертовых пространств.
28. Линейные непрерывные операторы в нормированных пространствах. Эквивалентность ограниченности и непрерывности линейных операторов. Норма линейного оператора.

## **Комплексный анализ**

29. Моногенные и голоморфные функции. Критерии моногенности и голоморфности. Изолированные особые точки и вычеты.
30. Экспонента, её аналитические и геометрические свойства. Глобальное обращение экспоненты.

## **Математическая логика и теория алгоритмов**

31. Логико-математические языки: язык логики высказываний и язык логики предикатов. Выполнимость и тождественная истинность. Основные законы логики.
32. Алгоритмические проблемы в математике. Некоторые формализации понятия алгоритма: машины Тьюринга и конечные автоматы. Разрешимые и неразрешимые проблемы.
33. Булевы функции, алгебра логики. Выразимость, функциональная полнота и функциональная замкнутость. Критерий Поста функциональной полноты системы булевых функций.

## **Стохастический анализ**

35. Схема независимых испытаний, формулы Бернулли. Биномиальное распределение.
36. Статистические модели, характеристика стандартных параметрических моделей, методы оценки параметров.

## **Методы вычислений**

## Методы вычислений

39. Постановка задачи интерполирования функции многочленами. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности интерполирования.

Руководитель программы  
зав. кафедрой общей математики и  
математической физики  
профессор, д.ф.-м.н.

 В.П. Цветков